

MA-3111—Primer Parcial —

1. Sea $E(t) = 3H(t)[c^t - \text{sen } t - \text{cost}]$

- a) Sea L un operador diferencial lineal con coeficientes constantes tal que $LE = \delta$. Halle la transformada de Laplace de $L\delta$ y luego determine L .
- b) Considere el problema siguiente:

$$\begin{aligned}u'''(t) - u''(t) + u'(t) - u(t) &= 0; \quad t \in \mathbb{R} \\u(2) &= 0, \\u'(2) &= u''(2) = -1.\end{aligned}$$

Resuelva este problema sin usar transformadas de Laplace.

2. Sean

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{si } -1 < x < 1; \\ 0, & \text{si } |x| > 1 \end{cases}; \quad g(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x < 0; \\ x, & \text{si } 0 < x < 1; \\ 1, & \text{si } x > 1. \end{cases}$$

- a) Calcule $k = f * g$ sin usar la integral de convolución.
- b) Halle la transformada de Laplace de K'_{gen} .

3. Sea

$$f(t) = \begin{cases} (\pi + t)t, & \text{si } t < 0 \\ (\pi - t)t, & \text{si } t > 0 \end{cases}$$

- a) Halle la serie de Fourier de $f(t)$ en $(-\pi, \pi)$.
- b) Usando el resultado de (a) calcule la suma

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)^3}.$$

- c) Usando el resultado de (a) y aplicando la desigualdad de Parseval, halle una serie infinita y su suma.